

cioè quelli che fanno capo al vertice opposto 4, nei tre punti (23), (31), (12). Se per questi punti si fa passare un piano, i tre piani anzidetti determinano in esso un triangolo  $ABC$  i cui tre vertici sono evidentemente in linea retta col punto centrale e rispettivamente coi tre punti 1, 2 e 3. Le altre tre faccie 234, 341 e 412 del tetraedro primitivo danno luogo a tre altri triangoli analoghi  $BCD$ ,  $CDA$ ,  $DAB$ , ed i quattro triangoli così formati, ciascuno dei quali ha, come è facile riconoscere, un lato comune con ciascuno degli altri tre, costituiscono un nuovo tetraedro  $ABCD$ , che diremo, per brevità, *conjugato* del primitivo rispetto al punto centrale. Così, per evitare equivoci, denomineremo: vertici *corrispondenti* di questi due tetraedri quelli che stanno a due a due in linea retta col punto centrale, come sarebbero i ed  $A$ , 2 e  $B$ , ecc. ; spigoli *corrispondenti* e faccie *corrispondenti* quegli spigoli e quelle faccie che sono determinate da coppie o da terne di vertici corrispondenti, come per es. 12 ed  $AB$ , 123 ed  $ABC'$ , denomineremo inoltre *piani centrali* quelli che passano per il punto centrale e per i sei spigoli del tetraedro primitivo o del conjugato, che è lo stesso.

In conseguenza della costruzione fatta è chiaro che :

1°) Due spigoli corrispondenti dei due tetraedri sono in un medesimo piano passante per il punto centrale, ossia in uno dei piani centrali.

2°) Ciascuno spigolo di uno dei tetraedri ha un punto comune e quindi è in un medesimo piano con quello spigolo dell'altro che è opposto allo spigolo corrispondente del primo, e che diremo *reciproco* di questo. Chiameremo *piani reciproci* quelli che passano per due spigoli reciproci e distingueremo col nome di *piani reciproci ed opposti* due piani reciproci, ciascuno dei quali passi per gli spigoli opposti a quelli contenuti nell'altro. Si hanno così tre coppie di piani reciproci ed opposti, cioè:

$$\begin{array}{ccccc} 2\$ AD & \text{ed} & 14J3C, & & jiBD & \text{e} & 24 C^{\wedge}, \\ 12 CD & \text{e} & ^{\wedge}AB. & & & & \end{array}$$

3°) I due tetraedri sono, rispetto al punto centrale, perfettamente reciproci l'uno dell'altro; talché, operando sul punto centrale e sui vertici  $A, B, C, D$  del secondo tetraedro nel modo in cui si è operato sul medesimo punto e sui vertici 1, 2, 3, 4 del primo, si otterrebbe evidentemente di nuovo il tetraedro primitivo.

## IL

Le proprietà della figura pocanzi costruita che interessa di conoscere per lo scopo che abbiamo di mira, sono le seguenti.

Due spigoli corrispondenti, essendo in un medesimo piano (centrale), si incontrano in un punto. Se dunque consideriamo due faccie corrispondenti, come 123 ed  $ABC$ , le tre coppie di spigoli

corrispondenti che le determinano daranno luogo a tre punti d'incontro: ora questi devono necessariamente trovarsi nella retta lungo cui si